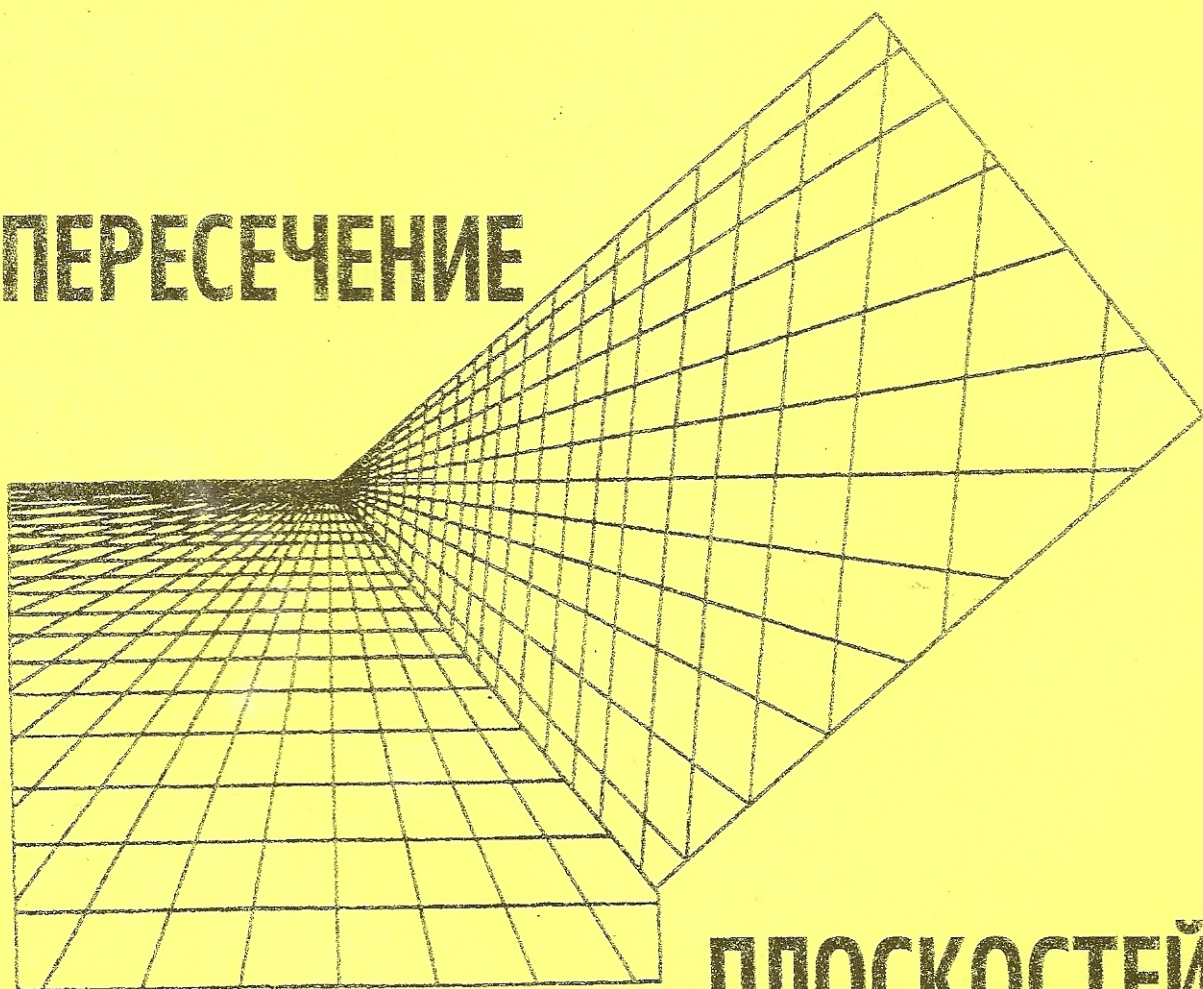


**А.И. Андреев-Твердов, О.С. Летина**

---

---

**ПЕРЕСЕЧЕНИЕ**



**ПЛОСКОСТЕЙ**

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ЛЕСА»

А. И. Андреев-Твердов, О. С. Летина

**ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ**  
(задание Э1.000.000.001)

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским  
советом университета в качестве учебного пособия  
для самостоятельной работы студентов по инженерной графике

3-е издание



Москва

Издательство Московского государственного университета леса  
2007



УДК 744  
А65

Рецензент: доцент кафедры станков и инструментов МГУЛ В. Г. Бондарь

Работа подготовлена на кафедре начертательной геометрии и графики

**Андреев-Твердов, А. И.**

А65 Пересечение плоскостей (задание Э1.000.000.001) : учеб. пособие / А. И. Андреев-Твердов, О. С. Летина. – 3-е изд. – М. : ГОУ ВПО МГУЛ, 2007. – 18 с. : ил.

Учебное пособие предназначено для студентов МГУЛ, изучающих начертательную геометрию. Пособие содержит рекомендации по выполнению эюра «Пересечение плоскостей» (задание Э1.000.000.001), а также необходимые теоретические положения. В пособии подробно разобрано решение одного из вариантов. В приложении приведены исходные данные для 30 вариантов и пример оформления задания.

УДК 744

*Учебное издание*

**Андреев-Твердов Андрей Игоревич**  
**Летина Ольга Семеновна**

**ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ**  
**(задание Э1.000.000.001)**

*Редактор Л. Г. Кулагина*  
*Компьютерный набор и верстка А. С. Летина*

По тематическому плану внутривузовских изданий учебной литературы на 2007 г.

Подписано в печать 03.07.2007. Формат 60×90 1/8. Бумага 80 г/м<sup>2</sup>. Гарнитура «Таймс». Ризография. Усл. печ. л. 2,5. Доп. тираж 300 экз. Заказ № 478.

Издательство Московского государственного университета леса. 141005, Мытищи-5, Московская обл., 1-я Институтская, 1, МГУЛ.

E-mail: [izdat@mgul.ac.ru](mailto:izdat@mgul.ac.ru)

© А. И. Андреев-Твердов, О. С. Летина, 2000  
© ГОУ ВПО МГУЛ, 2007



## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное пособие включает теоретические основы раздела начертательной геометрии “Точка, прямая, плоскость” применительно к заданию “Пересечение плоскостей” (Э1.000.000.001), а также исходные данные для тридцати вариантов. В пособии приведены практические приемы решения задач задания, составления алгоритмов, рекомендации по оформлению и пример выполнения.

Учебное пособие предназначено для самостоятельной работы студентов всех специальностей.

Цель задания – изучение теории по разделу “Точка, прямая, плоскость”, приобретение практических навыков построения линии пересечения плоских фигур и решения других задач, приведенных в задании.

Содержание графической части задания:

1) по заданным координатам и дополнительным условиям (см. таблицу приложения 1) построить на комплексном чертеже фронтальные и горизонтальные проекции точек  $A, B, C, D, E, F$  и одну из проекций точки  $G$  (номер варианта назначает преподаватель);

2) по дополнительным условиям с учетом принадлежности точки  $G$  плоскости  $\Theta(DEF)$  построить ее вторую проекцию; построить фронтальную и горизонтальную проекции треугольника  $ABC$  и четырехугольника  $DEFG$ ;

3) построить линию пересечения плоскостей  $\Sigma(ABC)$  и  $\Theta(DEFG)$ , выделить часть этой линии, заключенную внутри общего контура многоугольников (отрезок  $MN$ );

4) составить алгоритм построения линии пересечения;

5) определить видимые участки фигур на плоскостях проекций и выполнить соответствующую видимости раскраску;

6) найти натуральную величину одной из сторон ( $AB, DE$  и т.д.) многоугольников и угол ее наклона к плоскости проекций: для четных вариантов – к горизонтальной –  $\alpha$ , для нечетных вариантов – к фронтальной –  $\beta$ ;

7) поделить одну из сторон любого многоугольника в отношении  $X:Y$ , где  $X$  и  $Y$  – первая и вторая цифры номера варианта; для вариантов 1-9 –  $X=6$ , для вариантов 10, 20, 30 –  $Y=6$ ;

8) построить профильную проекцию линии пересечения  $MN$ ;

9) измерить координаты точек  $M$  и  $N$  и занести их в таблицу на чертеже;

10) оформить чертеж в соответствии с требованиями ЕСКД.

Перед началом выполнения задания необходимо по учебнику или по лекциям изучить следующие вопросы:

- комплексный чертеж и ортогональная система координат;
- задание точки, прямой и плоскости на комплексном чертеже;
- прямые и плоскости общих и частных положений;
- принадлежность точки прямой и точки и прямой плоскости;
- пересечение прямых с плоскостями частных и общего положений (первая основная позиционная задача);
- пересечение плоскостей общего и частных положений (вторая основная позиционная задача);
- определение видимости на комплексном чертеже методом конкурирующих точек;
- определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости проекций методом прямоугольного треугольника;
- деление отрезка в заданном отношении;
- построение профильной проекции точки и прямой по имеющимся горизонтальной и фронтальной проекциям.

Задание выполняется на формате А3 (420x297 мм).



## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

### 1. Построение проекций точек по заданным координатам

**Проекция точки** – это точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций.

**Проецирующий луч** – это полупрямая, выходящая из точки в сторону плоскости проекций. При прямоугольном проецировании все проецирующие лучи параллельны между собой и перпендикулярны плоскости проекций. В данном пособии рассмотрен этот вид проецирования.

**Плоскость проекций** – это плоскость, на которую по определенным законам проецируют точки и другие элементы объекта, получая на ней его изображение.

Для придания чертежу обратимости, то есть возможности реконструкции (воссоздания) объекта по его чертежу, объект проецируется на две или три взаимно перпендикулярных плоскости проекций. Их называют горизонтальной, фронтальной и профильной плоскостями проекций. На комплексном чертеже горизонтальная и профильная плоскости проекций совмещены с фронтальной путем поворота их соответственно вокруг осей  $X_{12}$  и  $Z_{23}$  по указанным на рисунке 1 направлениям.

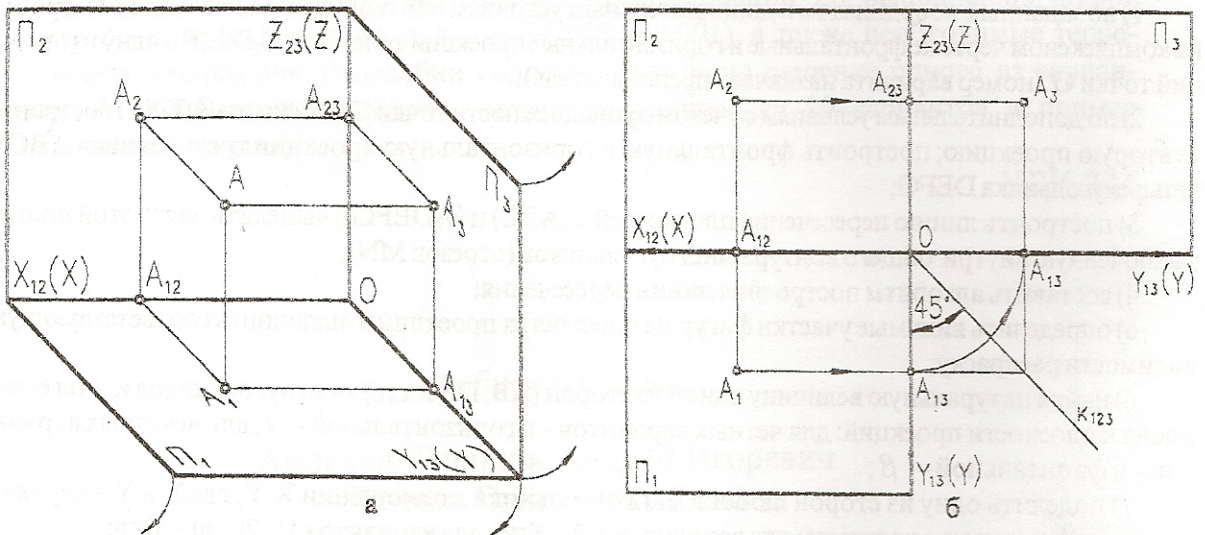


Рис. 1. Проекция точки: а — наглядное изображение; б — комплексный чертеж

$\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  – горизонтальная, фронтальная и профильная плоскости проекций;

$O$  – начало координат;

$X_{12}(X), Y_{13}(Y), Z_{23}(Z)$  – оси проекций;

$A_1, A_2, A_3$  – горизонтальная, фронтальная и профильная проекции точки  $A$ ;

$AA_1, AA_2, AA_3$  – горизонтально, фронтально и профильно проецирующие лучи;

$[AA_1], [AA_2], [AA_3]$  – расстояние точки  $A$  соответственно от горизонтальной, фронтальной и профильной плоскостей проекций, равные координатам точки по осям  $Z_{23}, Y_{13}, X_{12}$ ;

$A_1A_{12}A_2, A_2A_{23}A_3$  – вертикальная и горизонтальная линии проекционной связи;

$k_{123}$  – постоянная прямая комплексного чертежа (постоянная Монжа).

Построение горизонтальной и фронтальной проекций вершин многоугольников  $ABC$  и  $DEFG$  надо начать с определения положения осей проекций. Ось  $X_{12}$  расположена горизонтально и удалена от верхней границы рамки поля чертежа на расстояние  $Z_{\max} + 20$  мм, где  $Z_{\max}$  – максимальная координата  $Z$  для соответствующего варианта. Оси  $Y$  и  $Z$  удалены от левой границы рамки на расстояние  $X_{\max} + 10$  мм, где  $X_{\max}$  – максимальная координата  $X$ . Для тридцатого варианта, решение которого приведено в Приложении 2, эти величины равны 140 и 225 мм.

Рассмотрим построение горизонтальной и фронтальной проекции точки на примере точки  $B$  ( $X_B, Y_B, Z_B$ ) – рис. 2.

После проведения осей от начала координат (точка  $O$ ) по оси  $X_{12}$  откладываем координату ( $X_B$ )



и отмечаем точку  $B_{12}$  и через нее проводим вертикальную линию проекционной связи. Затем по этой линии откладываем (с учетом знака) координаты  $Y_B$  – точка  $B_1$  (горизонтальная проекция) и  $Z_B$  – точка  $B_2$  (фронтальная проекция). Положительное направление оси  $Y$  – вниз, оси  $Z$  – вверх.

Построение проекций других вершин многоугольников производят аналогично.

Если в исходных данных вместо значения хотя бы одной координаты стоит прочерк, то для построения ее проекций необходимо использовать дополнительные условия, которые представлены в последнем столбце таблицы Приложения 1. Такие точки или отрезки, которым они принадлежат, занимают частные положения.

В дальнейших объяснениях будут использованы символы, обозначающие отношения между геометрическими элементами:

- $\in$  – принадлежность, элемент множества;  $A \in \Sigma$  – точка  $A$  принадлежит плоскости  $\Sigma$ ;
- $\subset$  – множество включает подмножество (элемент);  $\Sigma \subset a$  – плоскость  $\Sigma$  включает прямую  $a$ ;
- $\cap$  – пересечение множеств;  $a \cap \Sigma$  – прямая  $a$  пересекает плоскость  $\Sigma$ ;
- $\equiv$  – результат действия;  $M = a \cap \Sigma$  – точка  $M$  является точкой встречи прямой  $a$  с плоскостью  $\Sigma$ ;
- $\equiv$  – знак совпадения (тождество);  $A \equiv B$  – точка  $A$  совпадает с точкой  $B$ ;
- $\Rightarrow$  – логическое следствие;
- $\parallel$  – параллельность;  $a \parallel b$  – прямые  $a$  и  $b$  параллельны;
- $\perp$  – перпендикулярность;  $a \perp \Sigma$  – прямая  $a$  перпендикулярна плоскости  $\Sigma$ .

Рассмотрим возможные случаи построения проекций точек по дополнительным условиям.

1.1. Точка  $A$  принадлежит фронтальной плоскости проекций ( $A \in \Pi_2$ ) – рис.3. Тогда  $Y_A = 0$  и  $A_1 \in X_{12}, A_2 \equiv A$ .

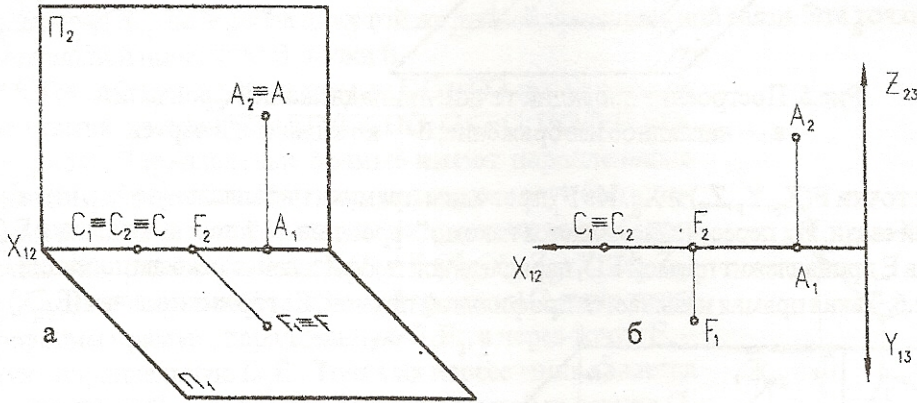


Рис.3. Построение проекций точек, принадлежащих оси проекций или одной из плоскостей проекций: а — наглядное изображение; б — комплексный чертеж

1.2. Точка  $C$  принадлежит оси проекций  $X_{12}$  ( $C \in X_{12}$ ).

Тогда  $Z_C = Y_C = 0$  и  $C_1 \equiv C_2 \equiv C, C_1 \in X_{12}, C_2 \in X_{12}$ .

1.3. Точка  $F$  принадлежит горизонтальной плоскости проекций ( $F \in \Pi_1$ ).

Тогда  $Z_F = 0$  и  $F_2 \in X_{12}, F_1 \equiv F$ .

1.4. Точка  $D$  принадлежит прямой  $DE$ , параллельной горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  ( $D \in DE; DE \parallel \Pi_1$ ) – рис.4. Такая прямая называется горизонталью. Ее фронтальная проекция  $(D_2E_2)$  параллельна оси  $X_{12}$ . По этому условию фронтальная проекция  $(D_2)$  точки  $D$  может быть построена

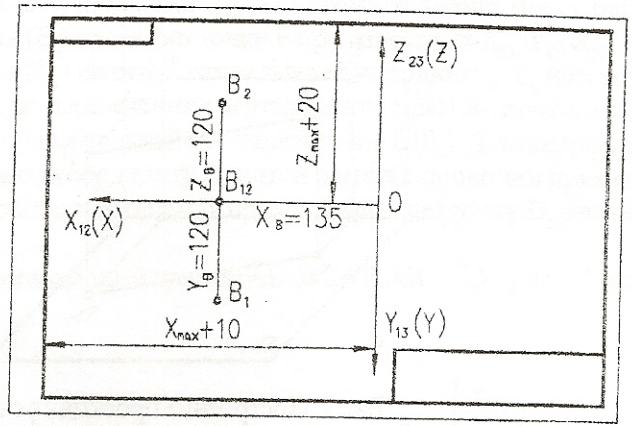


Рис.2. Построение проекции точки по ее координатам



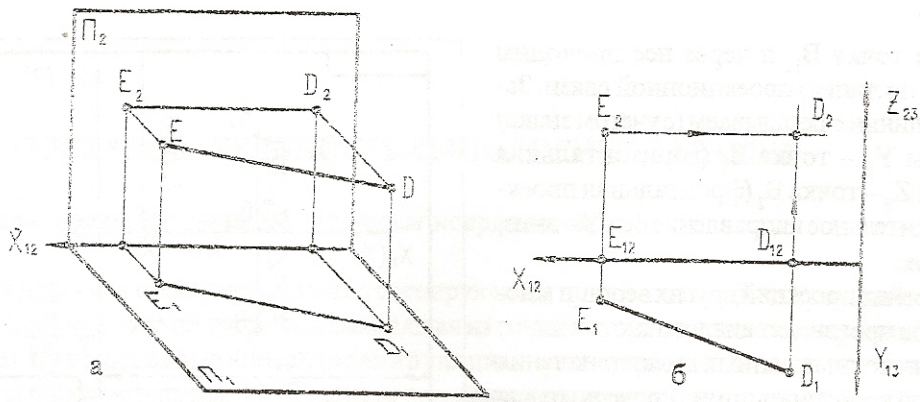


Рис. 4. Построение проекций точки, принадлежащей горизонтали:  
 а) наглядное изображение; б) комплексный чертёж

по известным координатам точки  $E(X_E, Y_E, Z_E)$  и  $X_D$ . Из  $E_2$  проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ , а из  $D_{12}$  — линию проекционной связи. Их пересечение является искомой фронтальной проекцией точки  $D(D_2)$ .

1.5. Точка  $E$  принадлежит прямой  $EF$ , параллельной фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  ( $E \in EF$ ,  $EF // \Pi_2$ ) — рис. 5. Такая прямая называется фронталью. Ее горизонтальная проекция ( $E_1F_1$ ) параллельна оси  $X_{12}$ . По этому условию горизонтальная проекция ( $E_1$ ) точки  $E$  может быть построена по известным

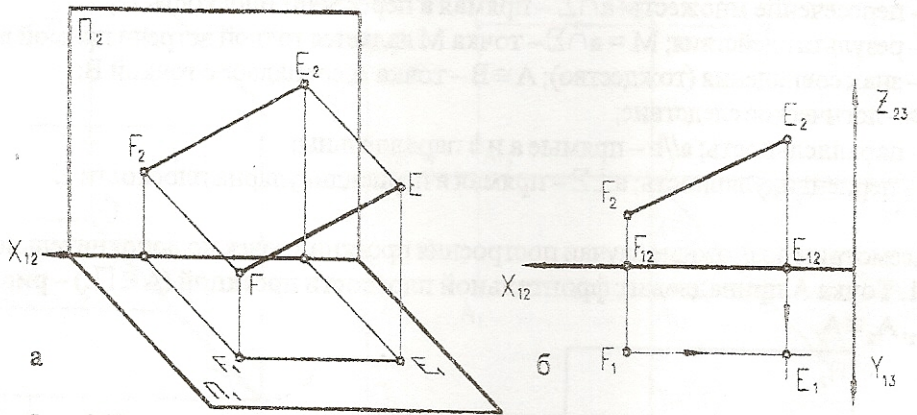


Рис. 5. Построение проекций точки, принадлежащей фронтальной:  
 а — наглядное изображение; б — комплексный чертёж

координатам точки  $F(X_F, Y_F, Z_F)$  и  $X_E$ . Из  $F_1$  проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ , а из  $E_{12}$  — линию проекционной связи. Их пересечение является искомой фронтальной проекцией точки  $E(E_2)$ .

1.6. Точка  $E$  принадлежит прямой  $ED$ , параллельной профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  ( $E \in ED$ ,  $ED // \Pi_3$ ) — рис. 6. Такая прямая называется профильной прямой. Ее горизонтальная ( $E_1D_1$ ) и фронтальная

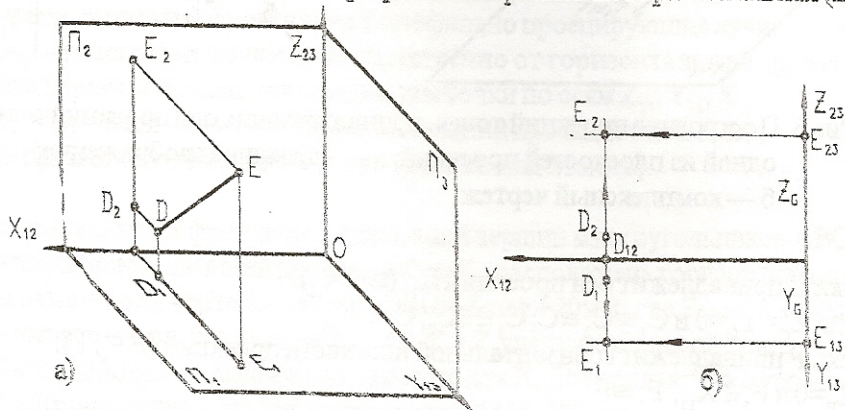


Рис. 6. Построение проекций точки, принадлежащей профильной прямой: а — наглядное изображение; б — комплексный чертёж



тальная ( $E_2D_2$ ) проекции перпендикулярны оси проекций  $X_{12}$ . По этому условию могут быть построены горизонтальная ( $E_1$ ) и фронтальная ( $E_2$ ) проекции точки  $E$  при известных  $X_D, Y_D, Z_D, Y_E, Z_E$ . Для построения горизонтальной проекции ( $E_1$ ) по оси  $Y$  откладываем координату  $Y_E$  и из этой точки проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ , до пересечения с вертикальной прямой, проходящей через  $D_1$ . Точка пересечения является искомой горизонтальной проекцией точки  $E$  ( $E_1$ ). Для построения фронтальной проекции  $E_2$  по оси  $Z$  откладываем координату  $Z_E$  и этой отметки проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ . Точка ее пересечения с вертикальной прямой, проходящей через точку  $D_2$ , является искомой фронтальной проекцией  $E_2$ .

1.7. Точка  $B$  принадлежит профильно-проецирующей прямой  $AB$  ( $B \in AB, AB \perp \Pi_1$ ) – рис. 7. Гори-

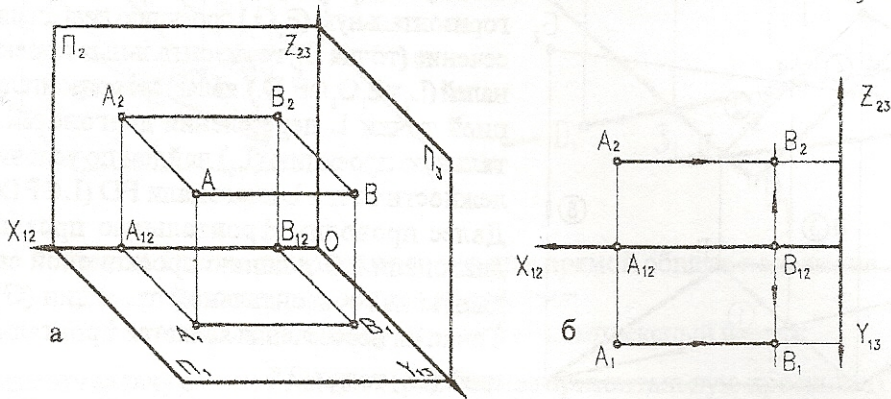


Рис. 7. Построение проекций точки, принадлежащей профильно-проецирующей прямой: а — наглядное изображение; б — комплексный чертёж

зонтальная и фронтальная проекции такой прямой параллельны оси проекций  $X_{12}$ . По этому условию могут быть построены горизонтальная ( $B_1$ ) и фронтальная ( $B_2$ ) проекции точки  $B$  при известных  $X_A, Y_A, Z_A, X_B$ . Для построения фронтальной проекции  $B_2$  из точки  $A_2$  проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ , до пересечения с линией проекционной связи, проходящей через  $B_{12}$ . Точка пересечения является искомой точкой  $B_2$ . Для построения горизонтальной проекции  $B_1$  из точки  $A_1$  проводим прямую, параллельную  $X_{12}$ , до пересечения с той же линией проекционной связи. Эта точка является искомой горизонтальной проекцией  $B_1$  точки  $B$ .

1.8. Точка  $G$  принадлежит прямым  $DG$  и  $FG$ , параллельным соответственно прямым  $EF$  и  $ED$  ( $G \in DG; G \in FG; DG \parallel EF; FG \parallel ED$ ) – рис. 8. Параллельные прямые имеют параллельные одноименные проекции. По этому условию могут быть построены горизонтальная и фронтальная проекции точки  $G$  при известных координатах точек  $D, E$  и  $F$  ( $X_D, Y_D, Z_D; X_E, Y_E, Z_E; X_F, Y_F, Z_F$ ). Для построения фронтальной проекции  $G_2$  через точку  $D_2$  проводим прямую, параллельную  $E_2F_2$ , а через точку  $F_2$  — прямую, параллельную  $D_2E_2$ . Точка их пересечения является искомой точкой  $G_2$ . Построение горизонтальной проекции  $G_1$  выполняется аналогично: через точку  $D_1$  проводим прямую, параллельную  $E_1F_1$ , а через точку  $F_1$  — прямую, параллельную  $D_1E_1$ , точка пересечения которых является искомой точкой  $G_1$ .

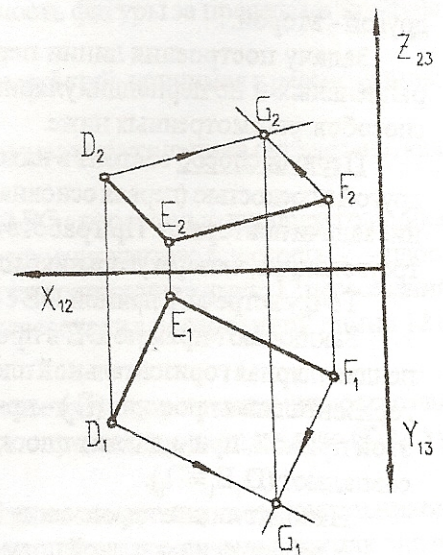


Рис. 8. Построение проекций точки по условию принадлежности параллельным прямым

## 2. Построение второй проекции точки по одной заданной проекции и принадлежности точки плоскости

В основе этих построений лежат следующие правила:

а) прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости, или, если одна ее точка принадлежит плоскости, а прямая параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой



плоскости;

б) точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости;

в) точка принадлежит прямой, если ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой.

Разберем последовательность построения фронтальной проекции  $G_2$  точки  $G$  по известным горизонтальной ( $D_1E_1F_1$ ) и фронтальной ( $D_2E_2F_2$ ) проекциям плоскости  $\theta(DEF)$  и горизонтальной проекции  $G_1$  точки  $G$  при условии принадлежности точки  $G$  плоскости  $\theta(DEF)$  (рис. 9).

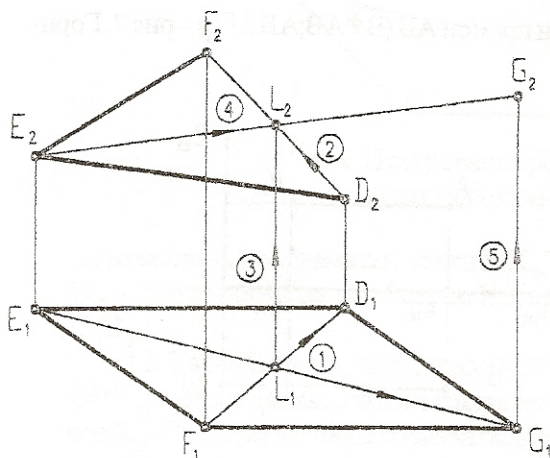


Рис. 9. Построение второй проекции точки, принадлежащей плоскости

Сначала проводим горизонтальную ( $F_1D_1$ ) и фронтальную ( $F_2D_2$ ) проекции диагонали  $FD$ , а также горизонтальную ( $E_1G_1$ ) проекцию диагонали  $EG$ . Пересечение (точка  $L_1$ ) горизонтальных проекций диагоналей ( $L_1 = E_1G_1 \cap F_1D_1$ ), является горизонтальной проекцией точки  $L$  пересечения диагоналей. Ее фронтальную проекцию ( $L_2$ ) найдем по условию принадлежности точки  $L$  диагонали  $FD$  ( $L \in FD, L_2 \in F_2D_2$ ). Далее проводим фронтальную проекцию ( $E_2L_2$ ) диагонали  $EG$  и линию проекционной связи, выходящую из горизонтальной проекции ( $G_1$ ) точки  $G$ . Точка их пересечения является фронтальной проекцией ( $G_2$ ) точки  $G$  \*).

После построения проекций всех точек задания соединяют точки  $A_1, B_1$  и  $C_1$ , получают горизонтальную проекцию треугольника, а соединив точки  $D_1, E_1, F_1$  и  $G_1$ , получают горизонтальную проекцию четырех-

угольника.

### 3. Построение линии пересечения плоскостей

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Прямая на чертеже и в пространстве однозначно задается двумя точками. Поэтому для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно найти две точки, одновременно принадлежащие первой и второй из заданных плоскостей. Для этого каждая из этих точек должна лежать на двух линиях, одной – принадлежащей первой плоскости, другой – второй.

Задачу построения линии пересечения двух плоскостей общего положения (то есть не параллельных и не перпендикулярных плоскостям проекций) чаще всего решают одним из двух способов, рассмотренных ниже.

Первый способ состоит в нахождении точки пересечения одной из сторон плоской фигуры с другой плоскостью (первая основная позиционная задача). Затем выбирают другую сторону, и решние задачи повторяют. При работе над заданием к рассмотрению можно принимать любую сторону треугольника, четырехугольника или его диагональ.

Точку встречи  $T$  прямой  $DE$  с плоскостью  $ABC$  находят в три этапа (рис. 10).

Заключают прямую  $DE$  в проецирующую плоскость. На рис. 10 это  $\Omega \perp \Pi_1$ . Плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, называется горизонтально-проецирующей. Ее горизонтальная проекция ( $\Omega_1$ ) – прямая. Все точки, горизонтальные проекции которых принадлежат этой прямой, принадлежат плоскости  $\Omega$ . Горизонтальные проекции прямой  $DE$  и плоскости  $\Omega$  совпадают ( $D_1E_1 \equiv \Omega_1$ ).

Находят линию пересечения 34 вспомогательной плоскости  $\Omega$  и плоскости  $\Sigma(ABC)$ .

В пересечении заданной прямой  $DE$  с линией пересечения 34 выделяют точку  $T$ , которая и будет искомой. В этой точке ( $T$ ) прямая  $DE$  пересекается с треугольником  $ABC$ .

\* Доказательств принадлежности точки  $G$  плоскости  $Q$ .

Точка  $G$  принадлежит прямой  $EL$  ( $G \in EL$ ), так как ее горизонтальная проекция ( $G_1$ ) принадлежит горизонтальной проекции ( $E_1L_1$ ) прямой  $EL$  ( $G_1 \in E_1L_1$ ), а фронтальная проекция ( $G_2$ ) принадлежит фронтальной проекции ( $E_2L_2$ ) прямой  $EL$  ( $G_2 \in E_2L_2$ ). Точка  $E \in Q$  по условию задачи.  $L \in Q$ , так как  $L_1 \in F_1D_1, L_2 \in F_2D_2$  и  $FD \in Q$ . Из этого следует, что  $G \in Q$ , так как она принадлежит прямой  $EL$ , лежащей в этой плоскости.



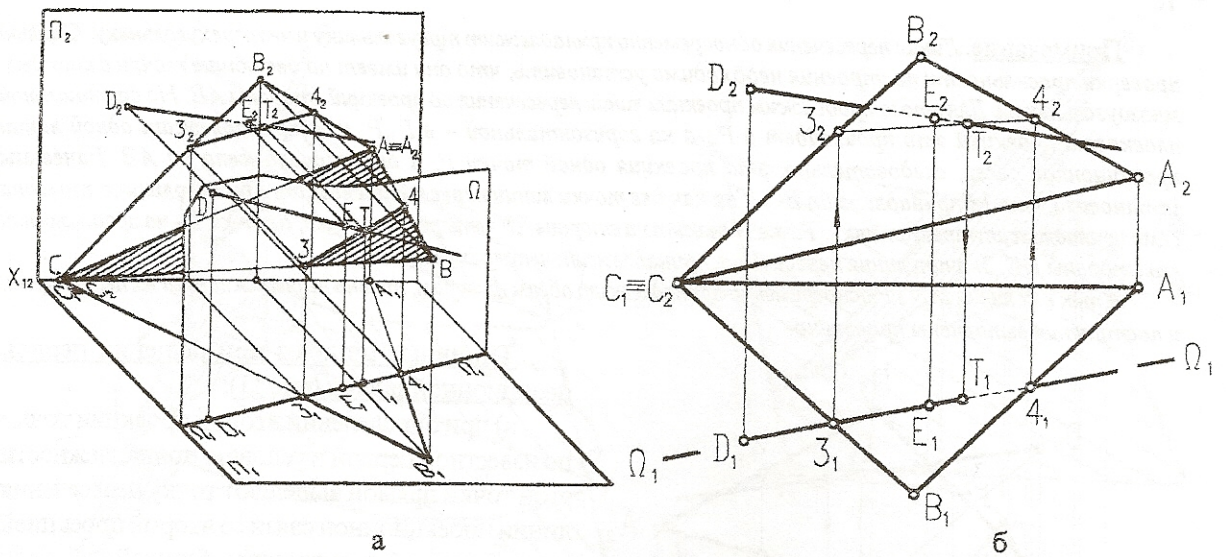


Рис. 10. Построение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения:  
а — наглядное изображение; б — комплексный чертёж

На чертеже эту задачу решают так (рис. 10, б). Через горизонтальную проекцию ( $D_1E_1$ ) прямой DE проводят горизонтальную проекцию  $\Omega_1$  вспомогательной горизонтально-проецирующей плоскости  $\Omega$  ( $\Omega \perp \Pi_1$ ). Находят общие точки  $3_1$  и  $4_1$  горизонтальной проекции  $\Omega_1$  с горизонтальными проекциями  $C_1V_1$  и  $A_1V_1$  сторон CB и AB треугольника ABC. Прямая  $3_14_1$  — горизонтальная проекция линии пересечения плоскости  $\Sigma(ABC)$  и  $\Omega$ .

Далее проводят линии проекционной связи из точек  $3_1$  и  $4_1$  и строят фронтальные проекции  $3_2$  и  $4_2$ , которые лежат на фронтальных проекциях  $C_2V_2$  и  $A_2V_2$ .

Линия  $3_24_2$  — фронтальная проекция линии пересечения  $\Omega$  и  $\Sigma$ . На ней отмечают точку ( $T_2$ ) пересечения с фронтальной проекцией  $D_2E_2$  прямой DE. Точка  $T_2$  является фронтальной проекцией искомой точки пересечения.

Горизонтальную проекцию этой точки находят из условия ее принадлежности прямой DE, то есть  $T_1$  расположена на  $D_1E_1$ .

В нашем примере прямая DE пересекла треугольник ABC за пределами отрезка DE. Также возможен и часто возникает случай, когда прямая пересекает плоскость фигуры за пределами контура последней.

Аналогично строят вторую точку линии пересечения двух плоскостей, принимая к рассмотрению другую сторону плоской фигуры.

В приложении 2 точка T линии пересечения треугольника и четырехугольника определена, как это показано на рис. 10, б.

Для построения точки M (приложение 2) пересечения прямой BC с плоскостью четырехугольника DEFG прямую BC заключили во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость  $\Psi$  — плоскость, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций. Затем построили прямую 12 пересечения вспомогательной плоскости  $\Psi$  и  $\Theta(DEFG)$  и далее точку M пересечения построенной линии 12 с прямой BC \*).

Точки T и M определяют положение линии пересечения плоскостей треугольника и четырехугольника. Поэтому, соединив одноименные проекции этих точек, получаем горизонтальную ( $T_1M_1$ ) и фронтальную ( $T_2M_2$ ) проекции линии пересечения.

Отрезок линии пересечения должен лежать в пределах общего контура двух многоугольников. Поэтому дополнительно выделяем точку N. В точке T нет отрезка линии пересечения, так как она не лежит в четырехугольнике.

\*) При построении горизонтальной проекции  $2_1$  точки 2, принадлежащей прямой GD, применено свойство параллельного проецирования: проекция точки делит проекцию отрезка в том же отношении, в каком точка делит этот отрезок.

Поэтому из  $G_1$  (см. приложение 2) проведена прямая  $G_1D_0$  произвольного направления. На ней отложены отрезки  $[G_12_0] = [G_22_0]$  и  $[2_0D_0] = [2_2D_2]$ , потом соединены  $D_0$  и  $D_1$ , а  $2_02_1$  проведена параллельно  $D_0D_1$ .



**Примечание.** Линия пересечения одновременно принадлежит треугольнику и четырехугольнику. С целью проверки правильности построения необходимо установить, что она имеет по две общие точки с каждым многоугольником. Для этого продолжим проекции линии пересечения до проекций стороны  $AB$ . На фронтальной плоскости проекций это произойдет в  $P_2$ , а на горизонтальной – в  $P_1$ .  $P_1$  и  $P_2$  принадлежат одной линии проекционной связи, следовательно, это проекция одной точки  $P$ , и она расположена на  $AB$ . Ранее мы установили, что  $M$  принадлежит  $BC$ . Так как две точки линии пересечения лежат в треугольнике, то она сама принадлежит треугольнику. Точка  $N$  лежит на стороне  $EF$  четырехугольника, а точка  $T$  – на продолжении его стороны  $DE$ . Значит линия пересечения принадлежит четырехугольнику.

А так как линия  $MNTP$  одновременно принадлежит обоим фигурам, то она является линией их пересечения, и построения выполнены правильно.

### Типичные ошибки при решении первой позиционной задачи (рис. 11):

а) при определении второй проекции точки по известной первой и условию принадлежности этой точки прямой выделяют точку пересечения линии проекционной связи со второй проекцией другой прямой, как правило, ближайшей к оси проекций  $X_{1,2}$ ; например, вместо точки  $4_2$ , принадлежащей стороне  $AB$ , выделяют точку  $9_2$ , принадлежащую стороне  $AC$ ;

б) при нахождении второй проекции точки пересечения линии пересечения вспомогательной плоскости с плоскостью треугольника  $ABC$  ее выделяют не на прямой, заключенной во вспомогательную плоскость; например, вместо точки  $T_1$ , принадлежащей стороне  $DE$ , отмечают точку  $R_1$ , принадлежащую стороне  $DF$ .

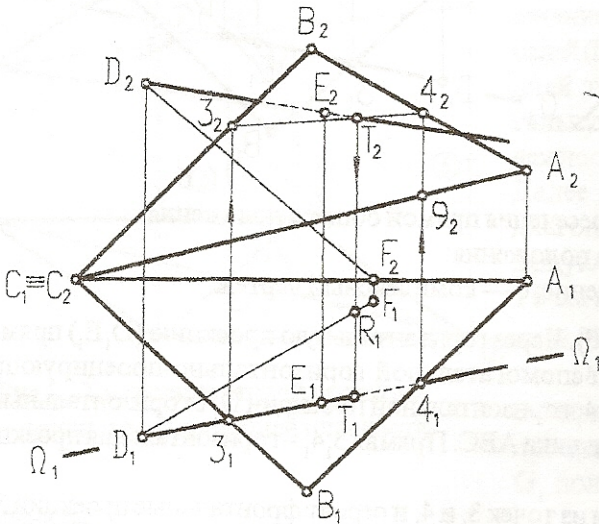


Рис. 11. Ошибки при решении первой позиционной задачи

При применении этого способа возможен вариант, когда точка встречи прямой и плоскости выходит за пределы многоугольника. Если эта точка расположена в пределах чертежа, то решение оставляют, если за пределами, то надо принять к рассмотрению другую сторону, выбирая ее так, чтобы ее проекции были близки по направлению к перпендикулярам к проекциям прямой по первоначальному варианту.

Второй способ построения линии пересечения плоскостей (вторая основная позиционная задача).

При этом способе вводят две вспомогательные плоскости  $(\Delta, \Delta')$ , параллельные друг другу. Чаще всего (рис. 12) в качестве вспомогательных применяют проецирующие  $(\Delta \perp \Pi)$  плоскости или плоскости уровня  $(\Delta // \Pi)$ .

Затем строят линии пересечения (12, 56, 34, 78) каждого многоугольника ( $ABC, DEFG$ ) со вспомогательными плоскостями  $\Delta, \Delta'$ . Далее находят точки  $(T, K)$  пересечения построенных линий пересечения, принадлежащих одной вспомогательной плоскости ( $T = 12 \cap 34; T \in \Delta; K = 56 \cap 78; K \in \Delta'$ ). Точки  $K$  и  $T$  соединяют прямой. Это и есть искомая линия пересечения.

Порядок построений на чертеже при этом способе показан на рис. 12, б.

Проводим фронтальные проекции  $\Delta_2, \Delta'_2$  вспомогательных плоскостей  $\Delta, \Delta'$ , параллельных горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Находим фронтальные проекции точек пересечения сторон многоугольников  $DG(3_2, 7_2)$ ,  $CB(1_2, 5_2)$ ,  $AB(2_2, 6_2)$  и  $EF(4_2, 8_2)$  с  $\Delta$  и  $\Delta'$  непосредственно в пересечении фронтальных проекций  $\Delta, \Delta'$  вспомогательных плоскостей с соответствующими фронтальными проекциями  $G_2D_2, C_2B_2, A_2B_2$  и  $E_2F_2$  сторон многоугольников. Определяем положение горизонтальных проекций  $1_1, 2_1, \dots, 8_1$  из условия принадлежности их соответствующим горизонтальным проекциям сторон.

Соединяя попарно точки  $1_1$  и  $2_1, 3_1$  и  $4_1, 5_1$  и  $6_1, 7_1$  и  $8_1$  получаем горизонтальные проекции линий пересечения вспомогательных плоскостей с плоскостями, заданных многоугольниками. Находим горизонтальные проекции  $(T_1, K_1)$  точек пересечения  $T, K$ , построенных горизонтальных проекций линий пересечения  $T_1 = 1_1, 2_1 \cap 3_1, 4_1; K_1 = 5_1, 6_1 \cap 7_1, 8_1$ .

Находим фронтальные проекции  $T_2, K_2$  на фронтальных проекциях  $\Delta_2, \Delta'_2$ , для чего проводим линии проекционной связи от точек  $T_1$  и  $K_1$ . Соединяем  $T_1$  с  $K_1, T_2$  с  $K_2$  и продолжаем эти отрезки до границ общего контура  $M$  и  $N$ .



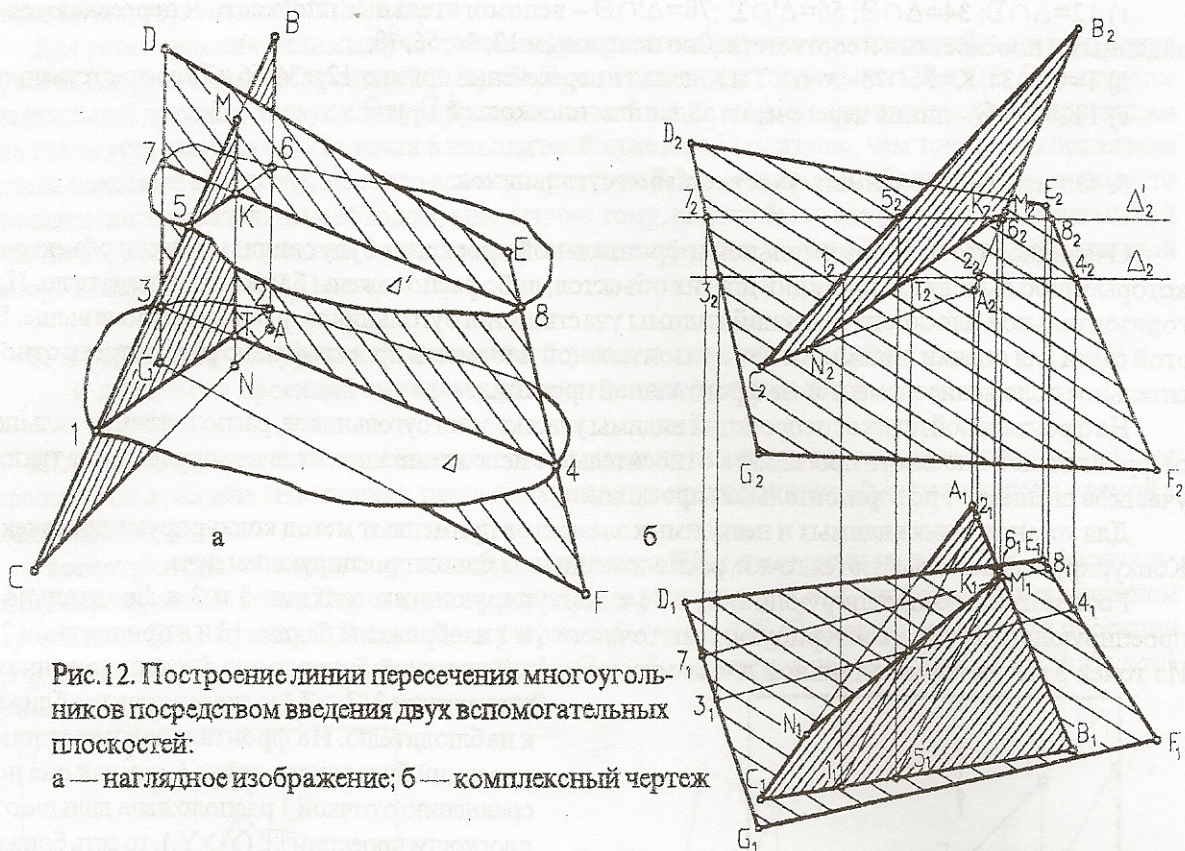


Рис. 12. Построение линии пересечения многоугольников посредством введения двух вспомогательных плоскостей:  
а — наглядное изображение; б — комплексный чертеж

Прямые  $7_1 8_1$  и  $5_1 6_1$  можно строить по одной из точек, используя параллельность прямых  $7_1 8_1$  и  $3_1 4_1$ ;  $5_1 6_1$  и  $1_1 2_1$ , так как две параллельные плоскости  $\Delta, \Delta'$  пересекают третью по параллельным прямым, а они, в свою очередь, имеют параллельные одноименные проекции.

Построение линии пересечения первым и вторым способом очень схожи. Например, если при применении второй позиционной задачи взять вспомогательную плоскость  $\Delta$ , проходящей через  $DE$  и перпендикулярно  $\Pi_2$ , то решение ничем не будет отличаться от первой позиционной задачи. Точность при втором способе ниже, так как случайные ошибки значительно влияют на конечный результат.

#### 4. Алгоритм решения

В данном пособии и, соответственно, при выполнении задания под алгоритмом будем понимать последовательность решения задачи, представленную в символах теории множеств. В приложении 2 приведен алгоритм построения линии пересечения приемами первой основной позиционной задачи.

Расшифруем его:

а)  $A \in \Sigma$ ;  $B \in \Sigma$ ;  $C \in \Sigma$  — точки  $A, B, C$  принадлежат плоскости  $\Sigma$ ;

б)  $D \in \Theta$ ;  $E \in \Theta$ ;  $F \in \Theta$ ;  $G \in \Theta$  — точки  $D, E, F, G$  принадлежат плоскости  $\Theta$ ;

в)  $\Psi \perp \Pi_2$ ;  $CB \subset \Psi$ ;  $1 = DE \cap \Psi$ ;  $2 = DG \cap \Psi$ ;  $12 = \Psi \cap \Theta$ ;  $M = CB \cap \Theta$  — вспомогательная плоскость  $\Psi$  перпендикулярна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ ; прямая  $CB$  принадлежит плоскости  $\Psi$ ; сторона  $DE$  пересекается с плоскостью  $\Psi$  в точке 1, а сторона  $DG$  — в точке 2;  $12$  — линия пересечения плоскостей  $\Psi$  и  $\Theta$ ; в точке  $M$  прямая  $CB$  пересекается с плоскостью  $\Theta$ ;

г)  $\Omega \perp \Pi_1$ ;  $DE \subset \Omega$ ;  $3 = CB \cap \Omega$ ;  $4 = AB \cap \Omega$ ;  $34 = \Omega \cap \Sigma$ ;  $T = DE \cap \Sigma$  — вспомогательная плоскость  $\Omega$  перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  и проходит через прямую  $DE$ ; плоскость  $\Omega$  пересекается с прямой  $CB$  в точке 3, а с прямой  $AB$  — в точке 4; плоскости  $\Omega$  и  $\Sigma$  пересекаются по прямой  $34$ ; прямая  $DE$  пересекается с плоскостью  $\Sigma$  в точке  $T$ ;

д)  $MT = \Sigma \cap \Theta$ ;  $MT$  — линия пересечения заданных плоскостей  $\Sigma$  и  $\Theta$ .

При построении линии пересечения приемами второй основной позиционной задачи (рис. 12, б) алгоритм и его расшифровка выглядят так:

а)  $\Delta // \Delta' // \Pi_1$  — плоскости  $\Delta, \Delta'$  и  $\Pi_1$  параллельны между собой;

б)  $A \in \Sigma$ ;  $B \in \Sigma$ ;  $C \in \Sigma$  — точки  $A, B, C$  принадлежат плоскости  $\Sigma$ ;

в)  $D \in \Theta$ ;  $E \in \Theta$ ;  $F \in \Theta$ ;  $G \in \Theta$  — точки  $D, E, F, G$  принадлежат плоскости  $\Theta$ ;



г)  $12 = \Delta \cap \Sigma$ ;  $34 = \Delta \cap \Theta$ ;  $56 = \Delta' \cap \Sigma$ ;  $78 = \Delta' \cap \Theta$  – вспомогательные плоскости и пересекаются с заданными плоскостями и соответственно по прямым 12, 34, 56, 78;

д)  $T = 12 \cap 34$ ;  $K = 56 \cap 78$  – точки T и K лежат в пересечении прямых 12 и 34, 56 и 78 соответственно;

е)  $TK = \Sigma \cap \Theta$  – линия пересечения заданных плоскостей  $\Sigma$  и  $\Theta$ .

### 5. Определение видимых участков многоугольников

Очевидно, что на горизонтальной и фронтальной проекциях будут видны те части объектов, которые либо выходят за проекции других объектов, либо расположены ближе к наблюдателю. На горизонтальной плоскости проекций видимы участки многоугольников, расположенные выше. В этой связи для оценки видимости на горизонтальной плоскости проекций надо рассмотреть относительное положение элементов на фронтальной проекции.

На фронтальной плоскости проекций видимы участки многоугольников, расположенные дальше от фронтальной плоскости проекций, а относительное положение элементов для определения таких участков оценивают по горизонтальной проекции.

Для установления видимых и невидимых элементов применяют метод конкурирующих точек. Конкурирующими называются точки, расположенные на одном проецирующем луче.

Горизонтально-проецирующий луч 53 с конкурирующими точками 5 и 3 и фронтально-проецирующий луч 61 с конкурирующими точками 6 и 1 изображены на рис. 13 и в приложении 2.

Из точек 5 и 3 на горизонтальной плоскости проекций видимой будет точка 5, расположенная

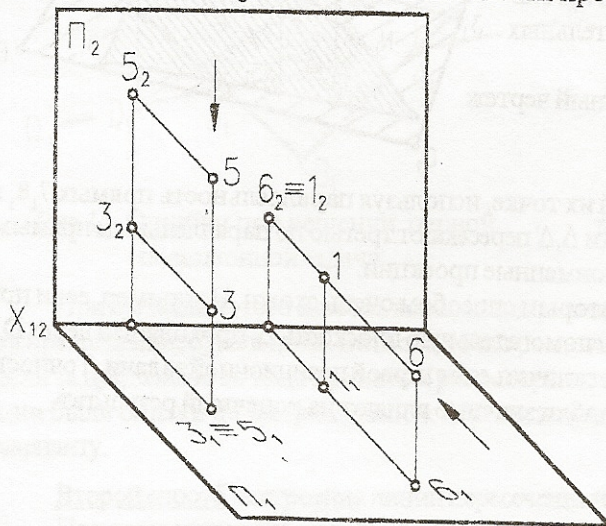


Рис. 13. Конкурирующие точки

выше точки 3 ( $Z_5 > Z_3$ ) и, следовательно, ближе к наблюдателю. На фронтальной плоскости проекций будет видна точка 6, так как она по сравнению с точкой 1 расположена дальше от плоскости проекций  $\Pi_2$  ( $Y_6 > Y_1$ ), то есть ближе к наблюдателю. На рисунке направление взгляда показано стрелкой.

В приложении 2 для установления видимых участков многоугольников на горизонтальной плоскости проекций выделена точка пересечения горизонтальных проекций  $D_1E_1$  и  $C_1V_1$  скрепляющихся прямых DE и CB. Она является горизонтальной проекцией двух конкурирующих точек 5 и 3 ( $5_1 \equiv 3_1$ ). Находим фронтальные проекции этих точек.

Точка  $5_2$  расположена на  $D_2E_2$  ( $5 \in DE$ ), а  $3_2$  — на  $C_2V_2$  ( $3 \in CB$ ). По относительному положению точек  $5_2$  и  $3_2$  устанавливаем, что точка 5 расположена выше точки 3, следовательно прямая DE расположена выше прямой CB, поэтому прямая DE на этом участке видима. Границей видимых участков многогранников является линия пересечения, которая всегда видима.

Установление видимости остальных сторон на горизонтальной плоскости проекций можно выполнить или рассмотрением относительного положения других конкурирующих точек, выбирая их на пересечении горизонтальных проекций других сторон, или последовательным обходом проекций сторон многоугольников от вершины к вершине. Аналогично определяют видимость на фронтальной плоскости проекций.

Оценим видимость сторон четырехугольника. На горизонтальной плоскости проекций  $D_1E_1$  видима, следовательно, и прямая  $E_1F_1$  видима на участке  $E_1N_1$  (до линии пересечения), а отрезок  $N_1F_1$  — невидим.  $F_1G_1$  невидимая.  $G_1D_1$  невидимая на участке  $G_18_1$ , на участке  $8_17_1$  она видна, так как ее не перекрывает треугольник ABC, а участок  $7_1D_1$  расположен выше плоскости ABC.

Рассмотрим видимость сторон треугольника.  $C_1V_1$  видима на участке  $C_1M_1$ , так как он расположен выше плоскости четырехугольника, невидима на участке  $M_13_1$  и видима на участке  $3_1V_1$ , не закрытом плоскостью DEFG.  $V_1A_1$  и  $A_1C_1$  видимы на всем протяжении.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод, что на горизонтальной плоскости проекций видимой является часть четырехугольника, ограниченная видимыми отрезками — заштри-



хованный многоугольник  $E_1N_1M_1S_1D_1$ .

Для установления видимых участков на фронтальной плоскости проекций выделена точка пересечения фронтальных проекций  $C_2B_2$  и  $D_2E_2$  скрещивающихся прямых  $CB$  и  $DE$ . Она является фронтальной проекцией двух конкурирующих точек  $b$  и  $1$  ( $b_2 \equiv 1_2$ ). По горизонтальным проекциям этих точек устанавливаем, что точка  $b$  находится ближе к наблюдателю, чем точка  $1$  (направление взгляда показано стрелкой). Из этого ясно, что участок  $B_2M_2$  — видимый. Далее оценку видимости проводим последовательным обходом, аналогично тому, как это было сделано для горизонтальной проекции. В результате устанавливаем видимую часть четырехугольника  $DEFG$  — заштрихованный многоугольник  $D_2I_2M_2N_2F_2G_2$ .

**6. Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости проекций методом прямоугольного треугольника**

Дальнейшие доказательства и построения основаны на понятиях, изложенных в школьном курсе стереометрии в разделе "Наклонная, перпендикуляр, проекция наклонной и угол наклона прямой к плоскости".

Рассмотрим рис. 14,а, на котором изображен отрезок  $EF$  и его горизонтальная  $E_1F_1$  и фронтальная  $E_2F_2$  проекции. Из точки  $F$  проведена прямая  $FE_0$ , параллельная  $E_2F_2$ . Очевидно, что в полученном треугольнике  $EE_0F$  прямая  $E_0E$  перпендикулярна  $E_0F$ , отрезок  $[E_0E]$  равен фронтальной проекции  $[E_2F_2]$ , отрезок  $[E_0E]$  равен разности координат  $Y_E - Y_F$ ,  $EF$  — натуральная величина,  $\beta$  — угол наклона отрезка  $EF$  к фронтальной плоскости проекций.

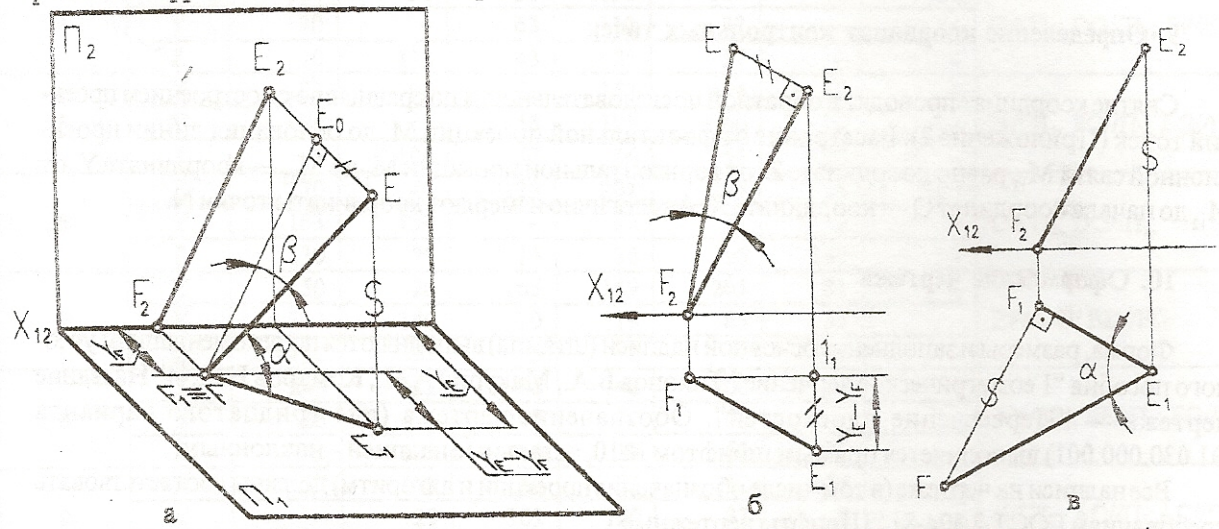


Рис. 14. Определение натуральной величины отрезка и углов его наклона к плоскостям проекций методом прямоугольного треугольника: а — наглядное изображение; б и в — комплексный чертёж

Из этого анализа следует такой порядок построений на чертеже (рис. 14,б):

- а) через точку  $F_1$  проводим прямую, параллельную оси  $X_{12}$ ; отмечаем точку пересечения этой прямой с линией проекционной связи, проходящей через точку  $E$  (точка  $1_1$ ); отрезок  $[1_1E_1]$  равен разности координат точек  $E$  и  $F$  ( $Y_E - Y_F$ );
  - б) через точку  $E_2$  проводим прямую, перпендикулярную фронтальной проекции  $E_2F_2$ , и откладываем на ней отрезок  $[E_2E]$ , равный отрезку  $[1_1E_1]$ ;
  - в) точку  $E$  соединяем с точкой  $E_2$ .
- В треугольнике  $EE_2F_2$  отрезок  $[E_2E]$  равен натуральной величине отрезка  $[EF]$ , а угол  $\beta$  равен углу наклона отрезка  $EF$  к фронтальной плоскости проекций.
- В приложении 2 определение натуральной величины отрезка  $EF$  начато с точки  $F_2$ . Очевидно, что это не влияет на конечный результат.

Натуральная величина отрезка и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций определяются аналогичными построениями (рис. 14,в), выполняемыми на горизонтальной плоскости проекций. В этом случае на перпендикуляре к горизонтальной проекции отрезка надо откладывать разность координат по оси  $Z$  ( $Z_E - Z_F$ ), измеренную на фронтальной проекции.



## 7. Деление отрезка в заданном отношении

Разделить отрезок в заданном отношении — значит разделить его проекции в том же отношении.

В Приложении 2 отрезок АВ разделен в отношении 1:5 точкой К —  $A_1K_1:K_1B_1 = A_2B_2:K_2B_2 = 1:5$ .

Построение  $K_1$  и  $K_2$  производится на основании теоремы Фалеса. Для этого из конца отрезка  $A_1B_1$  (точка  $A_1$ ) под произвольным углом проведена прямая  $A_1I_1 \dots$ . На ней отложены шесть равных отрезков ( $[A_1I_1] = [I_1I_2] = [I_2I_3] = [I_3I_4] = [I_4I_5] = [I_5I_6]$  и т.д.) по числу частей деления ( $5+1=6$ ). Последняя точка  $I_6$  соединена с точкой  $B_1$ . Выделяем точку  $K_0$ , делящую отрезок  $[A_1I_6]$  в заданном отношении, и из нее проводим прямую, параллельную  $B_1I_6$ , до пересечения с  $A_1B_1$ . Точка пересечения является искомой точкой  $K_1$ . Для нахождения точки  $K_2$  из точки  $K_1$  проводим линию проекционной связи до пересечения с  $A_2B_2$ .

## 8. Построение профильных проекций

Для построения профильной проекции  $A_3$  точки А по известным горизонтальной  $A_1$  и фронтальной  $A_2$  проекциям (рис. 1) из точки  $A_1$  проводим прямую  $A_1A_{13}$ , параллельную оси проекций  $X_{12}$  до прямой  $k_{123}$  (постоянная Монжа — проходит через начало координат под углом  $45^\circ$ ); из точки пересечения проводим вертикальную прямую  $A_{13}A_3$  до пересечения с горизонтальной линией проекционной связи  $A_2A_3$ . Вместо прямой  $k_{123}$  можно использовать дугу, как это показано на рис. 1.

В Приложении 2 построены профильные проекции  $M_3$  и  $N_3$  точек М и N.

## 9. Определение координат контрольных точек

Снятие координат проводят в обратной последовательности по сравнению с построением проекций точек (Приложение 2). Расстояние от фронтальной проекции  $M_2$  до основания линии проекционной связи  $M_{12}$  равно координате Z; от горизонтальной проекции  $M_1$  до  $M_{12}$  — координате Y; от  $M_{12}$  до начала координат O — координате X. Аналогично измеряют координаты точки N.

## 10. Оформление чертежа

Форма, размеры и заполнение основной надписи (штампа) выполняются по рекомендациям учебного пособия “Геометрическое черчение” Тихонов В.А., Макурин А.Н., Комаров Н.А. [4]. Название чертежа — “Пересечение плоскостей”. Обозначение чертежа (для тридцатого варианта Э1.030.000.001) выполняется прямым шрифтом №10, остальные надписи — наклонным.

Все надписи на чертеже (в том числе обозначение проекций и алгоритм) должны соответствовать требованиям ГОСТ 2.304-81 “Шрифты чертежные”.

Над основной надписью помещают строку с дополнительными условиями, а над ней — таблицу с координатами точек. Рекомендуемая высота строк в этой таблице 6 мм, а ширина столбцов (кроме первого) — 14 мм.

Алгоритм можно написать или в правой части поля чертежа, как это сделано в Приложении 2, или внизу.

Обозначения на чертеже и алгоритм лучше выполнять шрифтом №7.

Задание надо делать в масштабе 1:1.

Все линии чертежа должны выполняться в соответствии с требованиями ГОСТ 2.303-68. Видимые линии проекций плоских фигур, рамку поля чертежа, основную надпись выполняют сплошной толстой основной линией; линии построений — сплошной тонкой линией; невидимые линии — штриховой.

Раскраску видимых участков многоугольников рекомендуется выполнять цветными карандашами светлых тонов. Обе проекции видимых участков одного многоугольника окрашивают одним цветом.



## Исходные данные задания

| Вариант | Обозначения | Координаты вершин многоугольников |     |     |                                   |     |     |     | Дополнительные условия  |
|---------|-------------|-----------------------------------|-----|-----|-----------------------------------|-----|-----|-----|---|
|         |             | Треугольник ABC ( $\Sigma$ )      |     |     | Четырехугольник DEFG ( $\Theta$ ) |     |     |     |   |
|         |             | A                                 | B   | C   | D                                 | E   | F   | G   |   |
| 1       | X           | 210                               | 75  | 105 | 195                               | 75  | 60  | -   | $C \in \Pi_1; FE \perp \Pi_3; FG // \Pi_3$                          |
|         | Y           | 28                                | 120 | 8   | 100                               | 28  | -   | 80  |   |
|         | Z           | 65                                | 120 | 0   | 45                                | 120 | -   | -   |   |
| 2       | X           | 191                               | 98  | 42  | 157                               | 194 | 13  | 70  | $B \in \Pi_2; DG // \Pi_1$  |
|         | Y           | 78                                | -   | 68  | 116                               | 60  | 9   | -   |   |
|         | Z           | 5                                 | 106 | 37  | 20                                | 50  | 48  | -   |   |
| 3       | X           | 126                               | 103 | 47  | 162                               | 119 | 18  | 49  | $A \in \Pi_1; DG // \Pi_2$  |
|         | Y           | 83                                | 5   | 73  | 121                               | 43  | 14  | -   |   |
|         | Z           | -                                 | 101 | 32  | 15                                | 48  | 63  | -   |   |
| 4       | X           | 184                               | 91  | 36  | 150                               | 107 | 45  | 30  | $B \in \Pi_2; DG // \Pi_2; EF // \Pi_2$                             |
|         | Y           | 70                                | -   | 63  | 112                               | 33  | -   | -   |   |
|         | Z           | 10                                | 112 | 43  | 25                                | 57  | -   | 4   |   |
| 5       | X           | 191                               | 98  | 42  | 153                               | 194 | 30  | -   | $B \in \Pi_2; FG // \Pi_3; BG // \Pi_2$                             |
|         | Y           | 78                                | -   | 68  | 125                               | 60  | 70  | -   |   |
|         | Z           | 5                                 | 106 | 37  | 16                                | 55  | 20  | -   |   |
| 6       | X           | 170                               | 40  | 125 | 201                               | 225 | 55  | 105 | $C \in \Pi_2; DG // \Pi_2$  |
|         | Y           | 103                               | 130 | -   | 93                                | 75  | 5   | -   |   |
|         | Z           | 110                               | 75  | 15  | 36                                | 50  | 145 | -   |   |
| 7       | X           | 150                               | 20  | 165 | 159                               | 205 | 81  | -   | $EF // DG; ED // FG$  |
|         | Y           | 113                               | 140 | 10  | 119                               | 85  | 35  | -   |   |
|         | Z           | 130                               | 65  | 5   | 12                                | 40  | 109 | -   |   |
| 8       | X           | 248                               | 122 | 35  | 142                               | 200 | 97  | 75  | $AB // \Pi_2; EF // \Pi_2; FG // DE$                                |
|         | Y           | 25                                | -   | 108 | 9                                 | 100 | -   | -   |   |
|         | Z           | 42                                | 128 | 10  | 15                                | 62  | 132 | -   |   |
| 9       | X           | 197                               | 178 | 60  | 75                                | 210 | 105 | -   | $F \in \Pi_1; AC // \Pi_1; AC // \Pi_2;$<br>$GD // \Pi_3; FG // DE$ |
|         | Y           | -                                 | 29  | 102 | 120                               | 33  | 8   | -   |   |
|         | Z           | -                                 | 120 | 45  | 120                               | 65  | -   | -   |   |
| 10      | X           | 100                               | 225 | 145 | 125                               | 175 | 215 | -   | $C \in \Pi_1; GD \in \Pi_2; DE // FG$                               |
|         | Y           | 110                               | 75  | 10  | -                                 | 48  | 145 | -   |   |
|         | Z           | 105                               | 130 | -   | 135                               | 105 | 5   | -   |   |
| 11      | X           | 145                               | 15  | 165 | 146                               | 59  | 26  | 120 | $CB // \Pi_2; DE // \Pi_1$  |
|         | Y           | 127                               | 25  | -   | 142                               | 105 | 22  | -   |   |
|         | Z           | 15                                | 60  | 120 | 128                               | -   | 50  | 12  |   |
| 12      | X           | 285                               | 44  | 180 | 240                               | 115 | 30  | -   | $D \in \Pi_2; AB // \Pi_1; BC // \Pi_2;$<br>$EF // GD; GF // DE$    |
|         | Y           | 120                               | 50  | -   | -                                 | 35  | 100 | -   |   |
|         | Z           | 120                               | -   | 14  | 70                                | 5   | 45  | -   |   |
| 13      | X           | 180                               | 214 | 20  | 220                               | 139 | 102 | -   | $AC // \Pi_2; DG // \Pi_3; FG // \Pi_2$                             |
|         | Y           | 96                                | 10  | -   | 39                                | 78  | 7   | -   |   |
|         | Z           | 83                                | 17  | 139 | 61                                | 80  | 7   | -   |   |
| 14      | X           | 190                               | 18  | 132 | 287                               | 112 | 23  | -   | $AB // \Pi_2; DE // \Pi_2;$<br>$GD // \Pi_3; FG // \Pi_1$           |
|         | Y           | -                                 | 10  | 90  | 25                                | -   | 108 | -   |   |
|         | Z           | 62                                | 128 | 15  | 45                                | 128 | 10  | -   |   |
| 15      | X           | 60                                | 185 | 105 | 77                                | 175 | 135 | -   | $C \in \Pi_2; GF // \Pi_2; GD // \Pi_3$                             |
|         | Y           | 100                               | 65  | -   | 75                                | 135 | 38  | -   |   |
|         | Z           | 115                               | 140 | 10  | 49                                | 15  | 105 | -   |   |



| Вариант | Обозначения | Координаты вершин многоугольников |     |     |                                    |     |     |     | Дополнительные условия  |
|---------|-------------|-----------------------------------|-----|-----|------------------------------------|-----|-----|-----|---|
|         |             | Треугольник ABC ( $\Delta$ )      |     |     | Четырехугольник DEFG ( $\square$ ) |     |     |     |   |
|         |             | A                                 | B   | C   | D                                  | E   | F   | G   |   |
| 16      | X           | 248                               | 122 | 35  | 172                                | 200 | 97  | 46  | AB// $\Pi_2$ ;<br>EF// $\Pi_2$ ; GD// $\Pi_1$                                       |
|         | Y           | 25                                | -   | 108 | 52                                 | -   | 10  | -   |   |
|         | Z           | 42                                | 128 | 10  | 38                                 | 62  | 132 | -   |   |
| 17      | X           | 17                                | 37  | 203 | 263                                | 138 | -   | -   | EF $\perp$ $\Pi_3$ ; C $\in$ X $_{12}$ ; F $\in$ $\Pi_3$ ;<br>GD// $\Pi_1$ ; GF//DE |
|         | Y           | 138                               | 50  | -   | 20                                 | 58  | -   | -   |   |
|         | Z           | 120                               | 10  | -   | 70                                 | 5   | -   | -   |   |
| 18      | X           | 210                               | 75  | 105 | 88                                 | 60  | 197 | -   | C $\in$ $\Pi_1$ ; EF $\perp$ $\Pi_3$ ;<br>GD//EF; ED//FG                            |
|         | Y           | 28                                | 120 | 8   | 29                                 | 102 | -   | -   |   |
|         | Z           | 65                                | 120 | -   | 120                                | 45  | -   | -   |   |
| 19      | X           | 200                               | 100 | 80  | 190                                | 140 | 60  | -   | D $\in$ $\Pi_1$ ; B $\in$ $\Pi_2$ ;<br>FG// $\Pi_3$ ; DG// $\Pi_2$ ;                |
|         | Y           | 20                                | 130 | 55  | 115                                | -   | 25  | -   |   |
|         | Z           | 50                                | 115 | 20  | -                                  | 130 | 115 | -   |   |
| 20      | X           | 190                               | 140 | 60  | 200                                | 80  | 100 | -   | A $\in$ $\Pi_1$ ; B $\in$ $\Pi_2$ ;<br>FG// $\Pi_1$ ; DG// $\Pi_3$ ;                |
|         | Y           | 115                               | -   | 25  | 20                                 | 55  | 130 | -   |   |
|         | Z           | -                                 | 130 | 115 | 50                                 | 20  | 115 | -   |   |
| 21      | X           | 220                               | -   | 158 | 234                                | 268 | 118 | -   | B $\in$ $\Pi_2$ ; CB $\in$ $\Pi_2$ ; GD//EF<br>FG// $\Pi_1$                         |
|         | Y           | 130                               | 0   | -   | 95                                 | 55  | 25  | -   |   |
|         | Z           | 108                               | 26  | 15  | 10                                 | 30  | 115 | -   |   |
| 22      | X           | 205                               | 9   | 170 | 110                                | 235 | 150 | -   | C $\in$ X $_{12}$ ; FG// $\Pi_1$ ; E $\in$ $\Pi_1$<br>DG//FE; AB// $\Pi_2$          |
|         | Y           | 120                               | -   | -   | 10                                 | 70  | 105 | -   |   |
|         | Z           | 120                               | 64  | -   | 34                                 | -   | 70  | -   |   |
| 23      | X           | 225                               | 40  | 185 | 20                                 | 225 | 170 | -   | C $\in$ $\Pi_2$ ; D $\in$ X $_{12}$ ;<br>AB// $\Pi_1$ ; DG// $\Pi_3$ ;              |
|         | Y           | 65                                | 128 | -   | -                                  | 115 | 0   | -   |   |
|         | Z           | 92                                | -   | 15  | -                                  | 50  | 120 | 46  |   |
| 24      | X           | 200                               | 30  | 170 | 67                                 | 285 | 150 | -   | AB// $\Pi_2$ ; C $\in$ X $_{12}$ ;<br>FG// $\Pi_1$ ; DG// $\Pi_3$ ;                 |
|         | Y           | -                                 | 105 | -   | 28                                 | 70  | 105 | -   |   |
|         | Z           | 107                               | 55  | -   | 46                                 | 0   | 70  | -   |   |
| 25      | X           | 210                               | 50  | 140 | 165                                | 90  | 55  | 215 | AB $\in$ $\Pi_2$ ; GF// $\Pi_2$   |
|         | Y           | -                                 | -   | 115 | 5                                  | 0   | 115 | -   |   |
|         | Z           | 115                               | 78  | 0   | 55                                 | 85  | 45  | -   |   |
| 26      | X           | 70                                | 205 | 98  | 215                                | 190 | 55  | 170 | C $\in$ $\Pi_2$ ; EF $\perp$ $\Pi_3$  |
|         | Y           | 126                               | 65  | -   | 98                                 | 45  | -   | -   |   |
|         | Z           | 120                               | 72  | 8   | 50                                 | 95  | -   | 29  |   |
| 27      | X           | 230                               | 20  | 145 | 50                                 | 235 | 158 | -   | CB// $\Pi_1$ ; FG// $\Pi_2$ ; DG// $\Pi_3$  |
|         | Y           | 10                                | 42  | 128 | 50                                 | 128 | 15  | -   |   |
|         | Z           | 108                               | -   | 25  | 10                                 | 55  | 100 | -   |   |
| 28      | X           | 170                               | 190 | 55  | 205                                | 70  | 98  | -   | F $\in$ $\Pi_2$ ; BC $\perp$ $\Pi_3$ ;<br>GF $\in$ $\Pi_2$ ; GD// $\Pi_3$ ;         |
|         | Y           | 120                               | -   | 45  | 65                                 | 126 | -   | -   |   |
|         | Z           | 140                               | 45  | -   | 72                                 | 120 | 8   | -   |   |
| 29      | X           | 200                               | 40  | 80  | 72                                 | 245 | 40  | -   | C $\in$ $\Pi_1$ ; E $\in$ X $_{12}$ ;<br>DE $\in$ $\Pi_1$ ; FG// $\Pi_3$            |
|         | Y           | 78                                | 92  | 15  | 150                                | -   | 50  | -   |   |
|         | Z           | 105                               | 85  | -   | -                                  | -   | 120 | 40  |   |
| 30      | X           | 38                                | 130 | 231 | 202                                | 124 | 98  | -   | C $\in$ X $_{12}$ ; A $\in$ $\Pi_2$ ;<br>F $\in$ $\Pi_1$ ; GD// $\Pi_3$             |
|         | Y           | -                                 | 88  | -   | 65                                 | 51  | 7   | -   |   |
|         | Z           | 45                                | 95  | -   | 82                                 | 70  | -   | 4   |   |

Примечание: при знаке « - » положение вершин необходимо определять по дополнительным условиям.



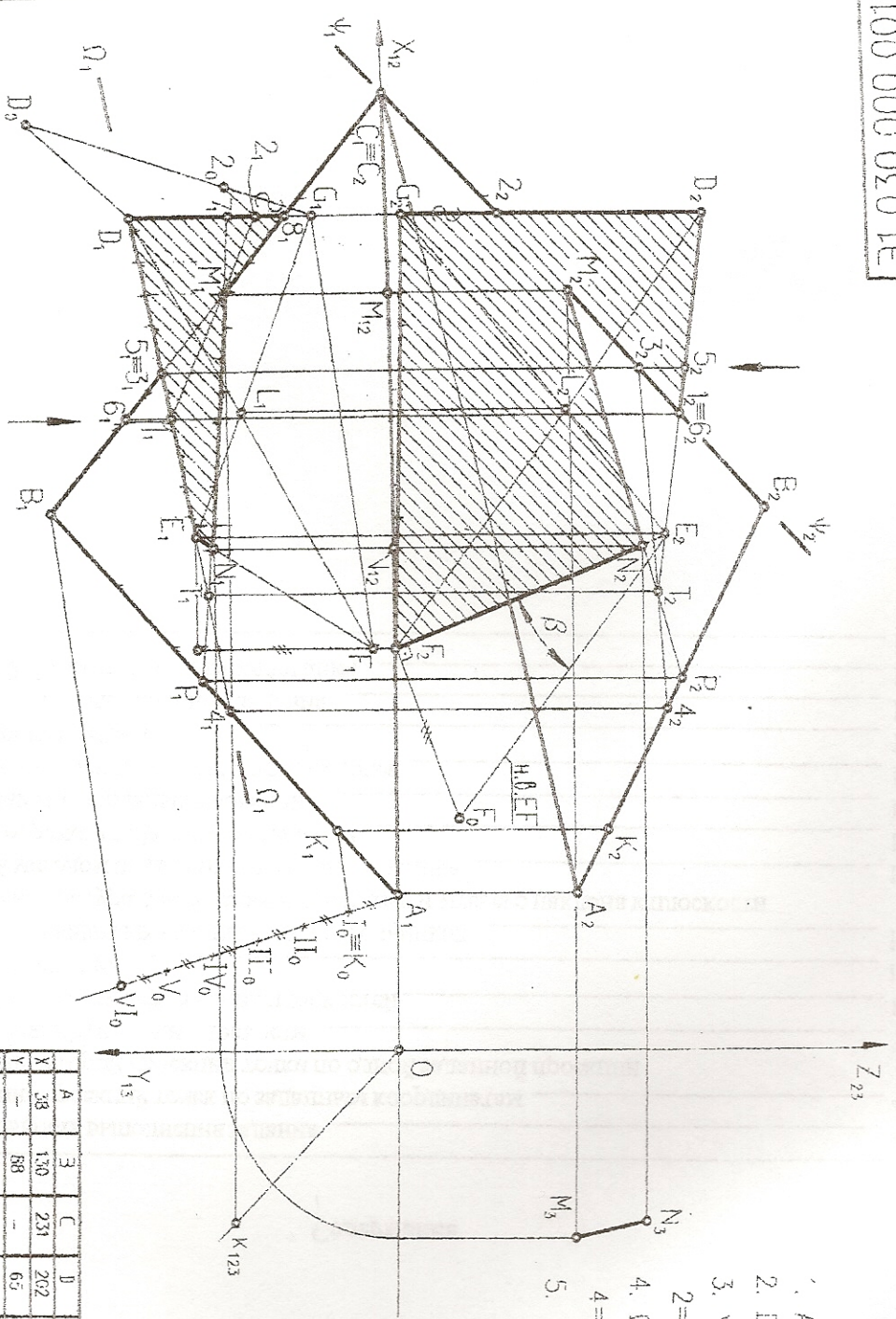
## Литература

1. Гордон В.О., Семенов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. — М.: Наука, 1988, — 272 с.
2. Поле В.Е., Кувырдин А.Ф., Ермаков А.В., Тихонов В.А. Краткий курс лекций по начертательной геометрии. ч.1. — М.: МЛТИ, 1980, — 47 с.
3. Трусов В.П. Методическое пособие для выполнения индивидуальных заданий (эпюров) по начертательной геометрии. ч.1. — М.: МЛТИ, 1978, — 56 с.
4. Тихонов В.А., Макурин А.Н., Комаров Н.А. Геометрическое черчение: Учебное пособие. — М.: МЛТИ, 1993, — 86 с.

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| Введение   | 3  |
| Последовательность выполнения задания  | 4  |
| 1. Построение проекций точек по заданным координатам   | 4  |
| 2. Построение второй проекции точки по одной заданной проекции<br>и принадлежности точки плоскости                         | 7  |
| 3. Построение линии пересечения плоскостей   | 8  |
| 4. Алгоритм решения  | 11 |
| 5. Определение видимых участков многоугольников  | 12 |
| 6. Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости<br>проекций методом прямоугольного треугольника | 13 |
| 7. Деление отрезка в заданном отношении  | 14 |
| 8. Построение профильных проекций  | 14 |
| 9. Определение координат контрольных точек   | 14 |
| 10. Оформление чертежа   | 14 |
| Приложение 1. Исходные данные задания  | 15 |
| Приложение 2. Пример выполнения задания  | 17 |
| Литература   | 18 |





1.  $A \in \Sigma$ ;  $3 \in \Sigma$ ;  $C \in \Sigma$
2.  $D \in \Theta$ ;  $E \in \Theta$ ;  $F \in \Theta$ ;  $G \in \Theta$
3.  $\psi \perp \Pi_2$ ;  $CB \in \psi$ ;  $1 = DE \perp \psi$   
 $2 = DG \perp \psi$ ;  $12 = \psi \perp \Theta$ ;  $M = CB \perp \Theta$
4.  $Q \perp \Pi_1$ ;  $DE \in Q$ ;  $3 = CB \perp Q$   
 $4 = A3 \perp Q$ ;  $34 = Q \perp \Sigma$ ;  $T = DE \perp \Sigma$
5.  $MT = \Sigma \perp \Theta$

|   |    |     |     |     |     |    |   |     |     |
|---|----|-----|-----|-----|-----|----|---|-----|-----|
| A | 38 | 130 | 231 | 202 | 124 | 98 | - | 184 | 122 |
| X | -  | 88  | -   | 65  | 51  | 7  | - | 42  | 46  |
| Y | 45 | 95  | -   | 82  | 70  | -  | 4 | 46  | 64  |
| Z |    |     |     |     |     |    |   |     |     |

Э1.030.000.001

|          |         |                 |         |
|----------|---------|-----------------|---------|
| Чертил   | Андреев | Пересечение     | Масштаб |
| Проверил | Вардов  | плоскостей      | 1:1     |
| Трущяя   |         | МГУи КНГТ АП-11 | Лист    |
|          |         |                 | 4       |



## Литература

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. — М.: Наука, 1988, — 272 с.
2. Поле В.Е., Кувырдин А.Ф., Ермаков А.В., Тихонов В.А. Краткий курс лекций по начертательной геометрии. ч.1. — М.: МЛТИ, 1980, — 47 с.
3. Трусов В.П. Методическое пособие для выполнения индивидуальных заданий (эпюров) по начертательной геометрии. ч.1. — М.: МЛТИ, 1978, — 56 с.
4. Тихонов В.А., Макурин А.Н., Комаров Н.А. Геометрическое черчение: Учебное пособие. — М.: МЛТИ, 1993, — 86 с.

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| Введение  | 3  |
| Последовательность выполнения задания   | 4  |
| 1. Построение проекций точек по заданным координатам  | 4  |
| 2. Построение второй проекции точки по одной заданной проекции и принадлежности точки плоскости                         | 7  |
| 3. Построение линии пересечения плоскостей  | 8  |
| 4. Алгоритм решения   | 11 |
| 5. Определение видимых участков многоугольников   | 12 |
| 6. Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости проекций методом прямоугольного треугольника | 13 |
| 7. Деление отрезка в заданном отношении   | 14 |
| 8. Построение профильных проекций   | 14 |
| 9. Определение координат контрольных точек  | 14 |
| 10. Оформление чертежа  | 14 |
| Приложение 1. Исходные данные задания   | 15 |
| Приложение 2. Пример выполнения задания   | 17 |
| Литература  | 18 |